Lighed hos Euklid og hos Apollonios: Hvad det betyder at være nøjagtig det samme

af Michael N. Fried,

Ben Gurion University of the Negev[*]

Marinus Taisbak er enestående. Han har ingen ligemand. I gængs forstand mener jeg dette helt oprigtigt (og Marinus forstår bestemt betydningen af at være oprigtig[†]): Jeg kender næppe nogen der besidder Marinus' vid og intelligens, opfindsomhed og forståelse. Men selvfølgelig er der en mere almen forstand, i hvilken man ikke har nogen lige. Lighed, *virkelig* lighed, kan kun siges om en ting i relation til den selv. Hvis to ting er to, så er de forskellige, ikke lige. To forskellige ting kan ligne hinanden, og på den måde kan de være det samme, men ikke *nøjagtigt* det samme. Begrebet lighed stiller os over for dybe og vanskelige filosofiske spørgsmål, hvilket enhver der har læst Platon utvivlsomt vil være bevidst om.

Men sådanne spørgsmål hører måske kun hjemme i filosofien. Måske er dette blot filosofiske skrupler, der ikke hører hjemme i hård matematik, hvor man også taler om 'lighed' og 'at ligne', men hvor disse begreber, i hvert fald for os moderne mennesker, blot er forhold hvis mening antages ved en undersøgelses begyndelse. I denne artikel vil jeg hævde, at i *græsk* matematik, hvad enten 'lighed' blev brugt i filosofisk forstand eller ej, blev 'lighed' set som problematisk, en idé der ikke kunne tages for givet, og hvis mening måtte udforskes. Denne slags udforskning kan vi iagttage, vil jeg hævde, i Euklids *Elementa,* Euklids *Data,* og Apollonios' *Conica*, blandt andre.

Sokrates' sidste diskussion

Men før vi kommer til 'lighed' og 'at ligne' i matematikken, så lad os erindre os at lighed fremstår som et filosofisk problem for de gamle, og på samme måde som i begyndelsen af denne artikel. Dette kan ses i forskellige tekster, fx. Aristoteles' *Meta-*

---

* På dansk ved Adam Bülow-Jacobsen

† Et uoversætteligt ordspil på *The Importance of Being Earnest* er beklageligvis gået tabt her. OA.

fysik (se Δ, 1021a og Ι, 1055c-1056a) og i Platons *Phaidon,* hvor man må imponeres af den plads det indtager i Sokrates' allersidste diskussion.

I *Phaidon* vil Sokrates overbevise Simmias og Kebes om at sjælen eksisterer før man bliver født. Han bruger to argumenter for dette, men det er det andet der interesserer os. Argumentet tager udgangspunkt i idéen om læring som erindring (73a-76c). Faktisk er sjælens forudeksistens en næsten uundgåelig implikation, hvis man accepterer læring som erindring. Så hvad Sokrates må gøre, er at gøre idéen om erindring indlysende. I begyndelsen af argumentet bringer han lighed (*homoiotēs*) på banen, for lighed er det der sætter erindringen i gang: et portræt af Simmias får os til at tænke på Simmias selv. Ulighed kan også skabe erindring. Men selve erkendelsen, at noget ligner eller ikke ligner, betyder at man kan se i hvilken grad noget ligner noget andet, om det ligner fuldstændigt eller delvist (74a).

Her foretager Sokrates så det afgørende skift. Han tager skridtet fra 'at ligne' til 'at være lig' – ikke, som han siger, således som en pind ligner en pind, eller en sten ligner en sten, men til selve ligheden. Hvorfor er det så vigtigt? Selvfølgelig fordi selvom pinde kan siges at være lig hinanden, eller én ting kan ligne en anden, så kan to ting ikke egentlig være lig hinanden, *fordi* der er to af dem: så egentlig lighed er uopnåelig på en måde, der ikke gælder det 'at ligne'. Vor opfattelse af 'lighed' som sådan kan således ikke udledes af noget i den synlige verden; det må først være kendt, før vi møder de ting vi ønsker at kalde lige, og den erkendende del af os, sjælen, må derfor kende dem, før den bliver sat i forbindelse med den seende, hørende og berørende krop. Simmias og Kebes accepterer denne del af argumentet.

Euklid: En teori om lighed

Vi kan ikke vide med sikkerhed, i hvilket omfang Euklid eller Apollonios kendte til, havde hørt på, eller deltaget i diskussioner om lighed – virkelig lighed og vanskeligheden ved at vi bruger ordet 'lig' om to ting, når det rent faktisk kun kan referere til én og samme ting – eller vide om de ville reagere på Sokrates' argumenter på samme måde som Simmias og Kebes. Proklos fortæller os at Apollonios prøvede at bevise hvad vi kalder Euklids almindelige begreber (*In Eucl.,* pp. 194-195), som alle sammen drejer sig om lighed. Følgelig har i hvert fald Apollonios spekuleret over disse almindelige begreber om lighed med kritisk udforskende sind.

Hvad Euklid angår, så vidt vi kan forstå ud fra *Elementerne,* fornemmer vi at han var optaget af netop den del af Sokrates' diskussion, som Sokrates forbigår så hastigt (skønt netop Sokrates' typiske ironi kan være et tegn på at dette var meget vigtigt for Sokrates!), nemlig hvordan to pinde eller sten kan siges at være 'lige', selvom de ikke desto mindre er forskellige. Lad os derfor se på lighed i *Elementerne.*

De fem almindelige begreber i begyndelsen af bog I af *Elementerne* angår alle lighed:[1] De er et forsøg på at definere de væsentlige egenskaber ved alle 'lige' ting, for eksempel to ens pinde. Man kunne sige at de udgør Euklids basisteori for lighed:

1. Størrelser som er lig en og samme tredje, er indbyrdes lige store.
2. Hvis lige store størrelser lægges til lige store størrelser, er summerne lige store.
3. Hvis lige store størrelser trækkes fra lige store størrelser, er resterne lige store.
4. Størrelser der kan dække (*epharmozonta*) hinanden, er lige store.
5. Det hele er større end en del af det.

Selv den sidste faktisk handler om lighed, for den betyder at *en del kan aldrig være lig helheden.*[2]

Det fjerde almindelige begreb giver det fundamentale kriterie, den grundlæggende prøve for lighed: Hvis en figur kan lægges nøjagtigt over en anden, så er figurerne lige *(isos)*. Men det er også her, om nogen steder, at Euklid må forholde sig til 'virkelig lighed'. Hvis en figur i planen – og husk at en plan virkelig er en plan, der er altså ingen lag! – passer nøjagtigt over en anden må den være den samme: Det er næsten utænkeligt at to ting, *som to,* kan indtage den samme plads i planen. Således undrer Proklos sig over '… hvordan ting optager den samme plads så de bliver ens. Optager de pladsen samtidig som helheder, eller den ene efter den anden, eller i et eller andet proportionalt

1. Heiberg nævner andre almindelige begreber der forekommer i visse håndskrifter; for eksempel, 'hvis ulige føjes til ulige, bliver helheden lige' og 'fordoblinger af det samme er lig hinanden', og ligeså 'to linjer afgrænser ikke et areal.' Med undtagelse af den sidste – om linjerne der ikke afgrænser et areal, som er afvigende, sådan som Proklos selv synes at mene – drejer alle disse almindelige begreber sig om lighed, og selv det sidste almindelige begreb vedrører co-incidensens natur.

2. Man kan sige 'aldrig' her så længe man ikke vil tale om et uendeligt objekt, fx. en uendelig lige linje, som om den var en helhed. Det var kun fordi Cantor og Dedekind var villige til at forstå det uendelige som en helhed, ikke blot som 'ubegrænset', *apeiron,* at de kunne overveje muligheden at dette almindelige begreb var falskt, og lade det markere de begrænsede. Det siger sig selv at denne måde at tænke på ville være fremmed for Euklid.

system?' *(In Eucl.* p. 195; Morrow, 1970, p. 153). Med andre ord, udsiger vi noget som helst, når vi siger at 'ting der passer over hinanden er ens'?[3]

Et muligt svar gives af Marinus Taisbaks 'Hjælpende Hånd', som han bruger til at forklare brugen af perfektum imperativ passiv i græsk geometri, dette 'well-known factotum in Greek geometry, who takes care that lines are drawn, points are taken, circles described, perpendiculars dropped, etc.' (Taisbak, 2003, p. 28). Selvom to figurer ser ud som to, hvis Den hjælpende Hånd *kan* anbringe en så den optager samme plads som den første, altså så at den kan vises at være *nøjagtig* den samme, så kan vi sige, at de to figurer, sådan som de fremtræder før Den hjælpende Hånds mellemkomst, er ens.

Hvis vi ser på det fjerde almindelige begreb i dette lys, så kommer vi et langt stykke hen mod en forklaring af fraværet af det, som vi skulle tro var den mest grundlæggende sætning om lighed, nemlig, at *en ting altid er lig med sig selv.* Euklid benytter sig bestemt af dette faktum, fx. i *Elementerne* I.6, hvor han beviser at hvis to vinkler i en trekant er ens, så vil siderne over for vinklerne være ens. Euklid argumenterer som følger: Antag at trekant ABG har ens vinkler ved B og G. Hvis AB ikke er lig AG, så lad D være et punkt på AB, sådan at BD er lig AG. Så bruger han I.4 (se nedenfor) til at vise, at trekanterne DBG og AGB er ens, selvom DBG er en del af AGB. Men for at bruge I.4 bemærker han '… de to sider DB, BG parvis lig de to sider AG, GB', sådan at han altså tager BG=GB som om den ikke er forskellig fra DB=AG.

Når vi indser, at det fjerde almindelige begreb, à la Taisbak, betyder at to figurer er ens når Den hjælpende Hånd kan anbringe dem så de må ses som den samme figur, så må vi erkende at den figur, der allerede er anbragt sådan fra begyndelsen, må være lig sig selv.

Euklid: Uddybningen af lighed

Hvis vi nu følger Platon, så nærmer det fjerde almindelige begreb sig lighed i dens mest grundlæggende betydning, og i den betydning der er sværest at beskrive med synlige objekter som figurer i et diagram. Den hjælpende Hånd kan virkelig være til hjælpe her ved at slå bro over kløften mellem diagrammer og 'virkelig lighed'. Men mens Platon anser lighed i denne betydning som tankens mål, så er det for Euklid tilsyneladende

3. Vigtigheden af dette spørgsmål blev klar for mig under diskussioner med Matthew K. Davis fra St. John's College, Santa Fe, New Mexico.

udgangspunktet. Dette kan vi se ved at betragte tre holdepunkter i *Elementerne*, nemlig sætning 4, 35 og 47.

Elem. I.4 fastslår, at to trekanter vil være ens, hvis de har to lige lange sider der omgiver en lige stor vinkel. I beviset lægges den ene trekant over den anden: linjerne omkring den lige store vinkel lægges over de lige store linjer, og den lige store vinkel lægges over den lige store vinkel, hvilket tvinger den ene trekant til at passe til den anden, så at de to er ens. Beviset er berygtet, ikke mindst blandt senere tænkere som Jacques Pelletier (1517-1582),[4] fordi det tilsyneladende betjener sig af bevægelse, ved at anbringe den ene trekant over den anden, og det er i denne sammenhæng at Marinus Taisbak viste, hvor nyttig Den hjælpende Hånd er for Euklids ræsonnement (Taisbak, 2003, p. 94-95).

For os er det vigtigste imidlertid, hvordan ræsonnementet er afhængigt af det 4. almindelige begreb, som ifølge vort ræsonnement viser hen til et fundamentalt begreb om lighed, hvor ting i egentlig forstand er lig sig selv. Men Euklid er meget forsigtig i sin formulering af det almindelige begreb 4, så at det slår fast at *hvis* ting kan lægges over hinanden så de dækker hinanden, *så* kan de i det tilfælde erklæres for ens. Det er således slående, når Euklid argumenterer for at lige lange linjer kan anbringes over lige lange linjer, og lige store vinkler over lige store vinkler, for dette er ikke en anvendelse af det almindelige begreb 4, men det modsatte. Når simple, udelte, elementære objekter som linjer og vinkler, der er ens og passer oven på hinanden, behandles som identiske relationer (se Fried og Unguru, 2001, p. 228), svarer det til at sige, at *her* behøver vi ikke se efter lighed i sin rene form.

Men årsagen til at Euklid ikke formulerer almindelige begreb 4 som det definerende kendetegn for lighed er, at for ham, som vi har sagt, er lighed som absolut enshed, lighed i sin egentligste forstand, udgangspunkt. Og ganske rigtigt, som *Elementerne* skrider frem, viser Euklid hvordan de andre almindelige begreber viser at 'passe-sammen' kriteriet er tilstrækkeligt, *men ikke nødvendigt* kriterie for lighed, når det tages som forholdet mellem to ting. Dette fører os til det andet holdepunkt, *Element.* I.35, for i denne sætning viser Euklid at ting kan være være lige uden at have samme form, altså uden at man kan lægge dem over hinanden.

4. For en detailleret diskussion af Pelletiers synspunkt på Euklids geometri, se Axworthy, 2013.

Element. I.35 hævder at 'parallelogrammer på samme grundlinje og med samme paralleller er lig hinanden.' Så parallelogrammer som ABCD og EBCF, som har klart forskellig form, kan ikke desto mindre være ens på basis af de almindelige begreber og andre sætninger der er afledt af dem, som I.4.

Det er lærerigt at se på Euklids bevis for denne sætning (parafraseret):

> Da ABCD er et parallelogram, er AD lig med BC. Af samme [grund] er EF lig med BC. Følgelig er AD lig med EF [det almindelige begreb 1]; og DE er fælles; derfor er helheden AE lig med helheden DF [det almindelige begreb 2].[5] Men AD er også lig DC. Så to linjer EA, AB er lig de to linjer DF, DC, hver til sin. Ligeledes er vinklen FDC lig med vinklen EAB, det ydre til det indre. Derfor er grundlinjen EB lig grundlinjen FC, og trekanten EAB er lig trekanten FDC [I.4 og derfor ved afledning det almindelige begreb 4]; lad så den fælles [del] DGE være fjernet; derfor er den tilbageværende trapez ABGD lig med trapezen EGCF [det almindelige begreb 3]; lad den fælles trekant BGC blive lagt til; hele parallelogrammet ABCD er derfor lig med hele parallelogrammet EBCF [det almindelige begreb 2].
>
> Parallelogrammerne har samme grundlinje og samme paralleller og er derfor ens. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

Af beviset for I.35 ses klart hvordan man begynder med det grundlæggende kriterie, at de 'passer oven på hinanden', hvorefter de almindelige begreber – det som jeg har kaldt 'lighedsteorien' – anvendes skridt for skridt for at vise at lighed drejer sig om former, nu helt bestemt to former, som ikke passer ind over hinanden. Ved at se hvordan 'teorien' udfoldes, begynder man at forstå, i hvor høj grad Heath tog fejl, da han ville se dette som 'a new conception of equality' (Heath, 1956, vol. I pp. 327-328). Det er ikke nogen ny opfattelse af lighed, det er en uddybning af lighed, en klargøring af teorien, ikke en ny slags lighed.

5. Man bemærker her at ved at bruge almindeligt begreb 2 og 3 bliver en enkelt ting fjernet fra to ens – vi har altså endnu en gang den fundamentale kendsgerning at alt som overhovedet kan være lig noget som helst altid er lig sig selv.

Mens det er overraskende at finde ud af, at to figurer med forskellig form kan kaldes ens, er det en forbløffende opdagelse at *én* figur kan være lig med *to* andre figurer, der hver har samme form som den første.[6] Det er det tredje holdepunkt. Det er selvfølgelig 'Pythagoras' sætning', *Element.* I.47, i hvilket et kvadrat er lig to kvadrater sammen. Beviset i I.47 hviler, som det er vel kendt, først og fremmest på de almindelige begreber I.4, og på en direkte konsekvens af I.35, nemlig I.41 (at hvis et parallelogram og en trekant ligger mellem paralleller og på samme grundlinje, så er parallelogrammet det dobbelte af trekanten). For os viser dette hvordan I.47 er højdepunktet i en serie, der begynder med de almindelige begreber. Og dermed kan vi se, at betydningen af I.47 ikke så meget er forholdet mellem længder eller specifikation af afstande, men snarere, ganske som det hævdes, et ligheds-forhold mellem én og to, en figur til to andre af samme form. Således dukker sætning I.47 op igen i bog VI i sin generelle form i VI.31, hvor Euklid kan tale mere klart om form-enshed, 'det at ligne': 'I retvinklede trekanter er figuren modsat den rette vinkel lig summen af de lignende, og tilsvarende beskrevne figurer på siderne af den rette vinkel'.

Apollonios: Lighed og Form

Uden I.47 kunne man godt komme til at tro at lighed handler om noget andet end form nemlig størrelse. Faktisk kunne man foreslå, at Heath's standpunkt angående I.35, at den skulle omhandle en ny forståelse af lighed, lighed i indhold, kun var forkert fordi han hævder at det er nyt, og man kunne altså foreslå at sådan var det hele tiden blevet opfattet. Denne påstand vinder lidt i troværdighed gennem Euklids *Data.* For den første definition i *Data* forbinder umiddelbart lighed med størrelse: 'arealer (chōria), linjer og vinkler til hvilke vi kan opstille lige store størrelser, siges at være givne i størrelse'. Endvidere, da arealer, linjer og vinkler er elementer hvormed former (schēmata) kan beskrives, så er de ikke selv former eller figurer. Og videre, i definition 3 i *Data*, har vi en meget anderledes slags givet-hed, som har at gøre med form, givet-hed i form: 'Retlinjede figurer siges at være givne i form (tōi eidēi), hvis vinkler hver især er givne, og det indbyrdes forhold mellem siderne er givet.' Dette ligger meget tæt på defini-

6. Jeg vil argumentere for at bog II af *Elementerne* fortsætter denne tankegang med sin opmærksomhed på, hvordan en eller flere rektangler kan være lig andre rektangler.

tionen af lignende retlinjede figurer i *Elementerne* (bog VI, definition 1), og minder os om at enshed i form har mere at gøre med at ligne end med lighed.

Men *Element.* I.47 bringer formen tilbage i diskussionen. For selvom den siger, at en figur af en form kan være lig med to af den samme, hvilket går stik imod det at begrebet lighed henviser til nøjagtigt den samme form, får dette os jo blot til at tænke så meget des mere på form. Lighed og enshed i form er forskellige, og dog er de på en ubekvem måde forbundne. Ja, hvis uddybningen af lighed medfører at man fjerner sig fra lighed i formen, fra 'at ligne', så medfører lighed i formen at man fjerner sig fra lighed. Aristoteles viser således hvordan ting kan være af samme form og dog ikke lige: '… der er ting der vokser og som ikke forandres derved. For eksempel, hvis en gnomon tilføjes vokser et kvadrat i størrelse, men undergår ingen forandring' (*ηὔξηται μέν, ἀλλοιότερον δὲ οὐδὲν γεγένηται*) (*Cat.* 15a, 30-33).

Forbindelse eller mangel på samme mellem form og lighed er specielt udtalt i Apollonios' *Conica*, hvis 6. bog handler om lighed og det at ligne i keglesnit. Det faktum, at lighed og 'at ligne' behandles i én bog viser at de i hvert fald på en måde er forbundne. Og keglesnits lighed, som Apollonios formulerer det, viser direkte hen til virkelig lighed. Det som hos Euklid var en tilstrækkelig betingelse for lighed, nemlig at Den hjælpende Hånd kan lægge en figur oven på en anden for at vise at de er ens, er for Apollonios i *Conica* også nødvendigt. Her er hans definition:

> Keglesnit der kaldes lige er de som kan tilpasses over hinanden, sådan at det ene ikke går ud over det andet. De som siges at være ulige, er de, for hvilke dette ikke er tilfældet.[7]

Det bemærkelsesværdige i *Conica* VI er dog, at skønt det der synes at være en definition af lighed falder sammen med lighed i form, så holder Apollonios lighed i form mellem keglesnit strengt adskilt fra lighed mellem keglesnit. Selvom ens keglesnit burde have nøjagtigt samme form, behandler Apollonios ikke lighed som et særtilfælde af 'at ligne': lige figurer er ikke figurer der ligner fordi forholdet mellem deres bestanddele er 1:1.

---

7. Citater fra *Conica* bog VI er taget fra Toomer (1990) som oversatte dem fra Banu Mussas arabiske tekst.

Denne mangel på forbindelse mellem 'at ligne' og lighed ses klart der hvor *lighed* og *lignende* føjes sammen til én term ἴσος τε καὶ ὅμοιος. Fx. siger sætning VI.16 at 'modsatte snit er lige og ligner'. Beviset går som følger: i *Conica* I.14 beviste Apollonios at *latera recta* af modsatte keglesnit (det rektangel hvis sider er *latus rectum* og den omvendte akse) er lige; derfor er også figurerne af de to modsatte snit lige og ligner hinanden. Iflg. *Conica* VI.2 har vi altså betingelserne for at hyperblerne er ens (dette nævnes ikke i teksten), og i VI.2 har vi betingelserne for at de ligner. Pointen er denne: I sætning VI.2 beviste Apollonios at 'hvis figurerne er konstrueret på den omvendte akse af hyperblerne eller ellipserne er lig eller ligner, så er snittene [selv] lige …' Heraf følger, som jeg sagde, at de modsatte snit er lige, hvilket ifølge hans definition (modsat Euklids almindelige begreb 4), betyder at de kan lægges over hinanden; det forekommer da selvindlysende at de også ligner hinanden, altså har samme form. Men Apollonios siger først dette *efter* VI.12, hvilket viser at hvis hyperblernes figurer (eller ellipsernes) ligner hinanden, så er hyperblerne (eller ellipserne) lignende (og han citerer kun VI.12). Derfor er, for Apollonios, det at være lige, selv når det indebærer at man kan lægge figurerne over hinanden, og det at ligne, to forskellige forhold: påstanden at modsatte keglesnit er 'lige og ligner' drejer sig om at bevise, at man kan skelne de to fra hinanden.

Et par ord til afslutning

Hvis man læser sjette bog af *Conica* som jeg har gjort det her, tvinger det os til at tage stilling til problemet at have samme form, eller at være nøjagtigt lig. Er det sidste ikke blot begrænsningen af det første? Det er det givet for os moderne mennesker. Faktisk er det for os ikke engang en begrænsning, blot et specialtilfælde. Ifølge et moderne synspunkt er det 'at ligne' geometrisk en slags transformation, for hvilken vi kan bestemme et forhold der definerer udvidelse eller sammentrækning, et tal – for forhold er tal for os – og det tal kan være større end 1, mindre end 1, ja endog mindre end 0! Og det kan bestemt være lig 1, i hvilket tilfælde figurerne bliver lige i Apollonios' forstand. Det kan være at lighed for Apollonios virkelig var en slags grænse. Men som sådan ville den givet have den vanskelighed som er knyttet til andre grænser, den vanskelighed der ligger i at være slutningen på en rækkefølge, men ikke en del af denne rækkefølge, noget af en helt anden art end det, for hvilket det er grænsen. Man kunne tænke på problemet med bevægelse og hvile.[8] Man kunne tænke sig at Apollonios' adskillelse mellem 'at ligne' og lighed, der ses så klart i VI.2 og som er så kunstig for vor moderne tænkemåde om det at ligne, måske afspejler en bevidsthed om at det at gå fra at ligne til lighed eller fra lighed til at ligne er lige så problematisk som at gå fra en bevægelsestilstand til en hviletilstand eller fra hvile til bevægelse.

Indbyggede Apollonios disse idéer i *Conica* for at gøre det til en matematisk-filosofisk afhandling? Måske. Vi ved at han skrev en bog kaldt 'Den generelle eller universelle Afhandling' (*katholou pragmateia*) som nævnes af Marinus Neapolitanus i hans kommentar til Euklids *Data*.[9] Og vi har allerede nævnt at Apollonios var optaget af de sætninger, der er overleveret til os som Euklids almindelige begreber. Givetvis kendte han også den serie sætninger fra *Elementerne*, numrene I.4, 35 og 47 som vi diskuterede ovenfor – faktisk kan han have kendt dem direkte fra *Elementerne*.

Med det in mente kan man sige at der foregik en i hvert fald underforstået diskussion om lighed. Det er en matematisk diskussion, fordi man i matematikken er nødt til at tænke over lighed i den forstand at ting er lig hinanden – problemet med at ting der er forskellige er det samme. I *Elementerne* betyder det at se hvordan man begynder med fuldstændig lighed til lighed mellem forskellige ting og endelig til den ene ting der er lig to andre; med udgangspunkt i lighed i form kommer man paradoksalt tilbage til formen. Apollonios' tekst får os til at vende tilbage til idéen om lighed og fuldkommen form-identitet, men gør os samtidig opmærksomme på, at det at have samme form alligevel ikke er det samme som lighed. Så taget under ét viser disse bøger os en slags dialog med filosofiske overtoner: det er måske ikke en platonisk dialog, men alligevel en dialog, der indeholder grundlæggende spørgsmål som Platon givet ville have værdsat.

Michael N. Fried: mfried@bgu.ac.il

8. Jeg er Eva T.H. Brann tak skyldig for denne forbindelse, som hun nævnte i vor personlige korrespondance.
9. Taisbak, 2003, indeholder en oversættelse af Marinus Neapolitanus' kommentar.

Bibliografiske henvisninger

Axworthy, A. (2013). The ontological and gnoseological status of geometrical objects in the commentary on the *Elements*of Euclid of Jacques Peletier du Mans (1517-1582). Arbejdspapir fra *Fondation Maison des Sciences de l'Homme* tilgængelig fra website: http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/85/53/48/PDF/FMSH-WP-2013-41_Axworthy.pdf.

Euclid (J. L. Heiberg), (1969-77). *Elementa post I. L. Heiberg*, ed. E. Stamatis. 5 vols., Stuttgart: B. G. Teubner.

Fried, M. N. and Unguru, S. (2001). *Apollonius of Perga's* Conica*: Text, Context, Subtext*. Leiden: Brill.

Heath, T. L. (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements,* 3 vols. New York: Dover Publications, Inc.

Morrow, G. R. (1970). *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements.* Princeton: Princeton University Press.

Proclus (1967) *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii (In Eucl.).* G. Friedlein (ed). Hildesheim, 1967.

Taisbak, M. (2003). *Euclid's Data: The Importance of Being Given*. Copenhagen: Museum Tusculanum Press.

Toomer, G. J. (1990). *Apollonius Conics Books V to VII: The Arabic Translation of the Lost Greek Original in the Version of the Banu Musa***.** 2 vols. (Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences, 9), New York: Springer-Verlag